

Liceo scientifico "Albert Einstein"

Anno scolastico 2009-2010

Classe V H

Lavoro svolto dalla prof.ssa Irene Galbiati

Materia: MATEMATICA

PROGRAMMA DI MATEMATICA

CLASSE V H

❖ **Contenuti**

➤ **Ripasso dei prerequisiti attraverso i problemi**

- ◇ le funzioni elementari e loro rappresentazione grafica
- ◇ equazioni e disequazioni algebriche, interpretazione grafica
- ◇ la risoluzione grafica di equazioni e disequazioni algebriche e trascendenti
- ◇ problemi e quesiti con funzioni e parametri
- ◇ problemi d'esame di geometria piana, analitica e trigonometria risolvibili alla fine della classe quarta

➤ **Analisi infinitesimale**

- ◇ Introduzione allo studio dell'analisi :
"sommando all'infinito", la somma dei termini di una progressione geometrica di ragione $q < 1$ e il paradosso di Zenone
- ◇ la somma dei primi n termini di una progressione geometrica
- ◇ cenno alla definizione di successione: esempi

☆ **Le funzioni e le loro proprietà**

- Le funzioni reali di variabile reale: definizioni e esempi
- La classificazione delle funzioni
- I grafici delle funzioni e le trasformazioni geometriche
- Gli zeri di una funzione
- Il campo di esistenza di una funzione e lo studio del segno
- Prime applicazioni: il grafico probabile delle funzioni razionali intere, le funzioni definite per casi, le funzioni contenenti un valore assoluto
- La funzione inversa e il grafico delle funzioni inverse
- Le funzioni $\arcsen x$, $\arccos x$ e $\text{arctg} x$
- Le funzioni composte
- Quesiti d'esame ed esercizi

☆ **La topologia della retta**

- Gli intervalli, definizioni relative e rappresentazione
- Gli insiemi limitati e illimitati, estremi di un insieme
- Intorni di un punto, gli intorni di infinito
- Punti isolati e punti di accumulazione

☆ **I limiti e la continuità delle funzioni elementari**

- Introduzione alla definizione di limite: cenno storico, Leibniz e Newton, il problema della velocità istantanea
- Laboratorio: i limiti con excel
- Il limite finito di una funzione per x che tende a un valore finito: definizione
- Significato della definizione e verifica del limite nel caso di funzioni razionali
- Il limite per eccesso e il limite per difetto
- Il limite destro e il limite sinistro
- La definizione di funzione continua
- Il limite infinito di una funzione per x che tende a un valore finito: definizione
- La verifica di $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$
- Gli asintoti verticali
- Il limite finito di una funzione per x che tende a un valore infinito: definizione
- La verifica di $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$
- Gli asintoti orizzontali
- Il limite infinito di una funzione per x che tende a un valore infinito
- I limiti delle funzioni elementari: deduzione dal grafico noto
- Limite della somma algebrica di due funzioni (solo enunciato)
- Limite del prodotto di due funzioni (solo enunciato)
- Limite della potenza n -esima di una funzione (solo enunciato)
- Limite del quoziente di due funzioni (solo enunciato)
- Il limite delle funzioni composte (solo enunciato)
- Dimostrazione della continuità delle funzioni razionali intere e fratte (nel loro dominio)
- La continuità della funzione elementare $y = e^x$ e $y = \ln x$ (con dimostrazione)
- La continuità delle funzioni goniometriche elementari (dimostrazione in qualche caso particolare)

- I teoremi sulle funzioni continue, interpretazione grafica: Il teorema di Weierstrass, il teorema di esistenza degli zeri*
- I punti di discontinuità di una funzione: classificazione
- Il calcolo dei limiti e le forme indeterminate $\frac{0}{0}; \frac{\infty}{\infty}; 0 \cdot \infty; \infty - \infty$
- Convenzioni sui simboli "0" e " ∞ "
- Infiniti, infinitesimi e loro confronto
- La definizione generale di asintoto, la ricerca dell'asintoto obliquo.
- Il grafico probabile delle funzioni razionali fratte (con ricerca dominio, zeri studio del segno, limiti agli estremi del C.E., determinazione degli asintoti verticali e orizzontali, ricerca dell'asintoto obliquo con la divisione dei polinomi o con il teorema relativo)
- Laboratorio: controllo degli studi di funzione con derivate
- Teoremi sui limiti: teorema di esistenza e unicità (solo enunciato)
- Il teorema del confronto (con dimostrazione)
- Il calcolo dei limiti e le forme indeterminate : $0 \cdot \infty, 0^0, 1^\infty, \infty^0$
- Limiti notevoli: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (con dimostrazione) e $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$
- ☆ Limiti notevoli che si deducono dai due limiti precedenti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ (con dimostrazione)
- Il limite delle funzioni $f(x)^{g(x)}$ *
- Quesiti d'esame ed esercizi su tutti gli argomenti proposti

❖ Le derivate e lo studio delle funzioni

- Introduzione: il calcolo della velocità istantanea nel moto di caduta dei gravi
- Il rapporto incrementale e la derivata di una funzione
- Il calcolo della derivata di una funzione in un punto e il significato geometrico della derivata.
- La funzione derivata
- La retta tangente al grafico di una funzione
- Laboratorio di matematica: le derivate con excel, determinazione della tangente
- La derivata destra e la derivata sinistra
- La continuità e la derivabilità: teorema relativo (senza dimostrazione)
- Le definizioni di massimo e minimo assoluti
- Le definizioni di massimo e minimo relativo
- I punti stazionari
- ☉ Le derivate fondamentali (dimostrazione di $D(k)=0, D(x)=1$ con interpretazione geometrica)
- ⊗ I teoremi sul calcolo delle derivate: la derivata della somma, la derivata del prodotto (con dimostrazione), la derivata della potenza, la derivata del quoziente (con dimostrazione)
- Applicazione delle regole di derivazione e dei limiti notevoli: *dimostrazione di*
 $D[e^x], D[\ln x], D[\sin x], D[\cos x], D[\tan x]$
- La derivata di una funzione composta: teorema relativo (senza dimostrazione)
 - La derivata della funzione inversa: enunciato del teorema relativo, interpretazione geometrica
- Le funzioni crescenti e decrescenti e la derivata prima. interpretazione grafica
 - La ricerca dei massimi, dei minimi e dei flessi orizzontali con lo studio del segno della derivata prima. Una condizione sufficiente per i massimi e i minimi relativi (par 5-6-7-8 cap 8)
- La concavità e i flessi a tangente obliqua: definizioni relative
 - La concavità e il segno della derivata seconda: un criterio per la concavità (interpretazione grafica)
- Una condizione necessaria per i flessi (solo enunciato, interpretazione grafica)
 - La ricerca dei flessi con lo studio del segno della derivata seconda: teorema relativo (cap 8 par 9-definizioni par 10, par 12-13-14-15-16)
- I teoremi del calcolo differenziale*
 - Il teorema di Rolle, (solo interpretazione grafica)
 - il teorema di Lagrange, (solo interpretazione grafica)
 - il teorema di Cauchy, (solo interpretazione grafica)
 - il teorema di De L'Hospital (senza dimostrazione)
- Lo studio completo di una funzione
- I problemi di massimo e minimo
- Quesiti d'esame ed esercizi su tutti gli argomenti proposti

❖ Il calcolo integrale

- Introduzione . la "funzione area" ed il calcolo dell'integrale definito in alcuni casi particolari

❖ Gli integrali indefiniti

- La primitiva di una funzione
- L'integrale indefinito e le sue proprietà
- Gli integrali indefiniti immediati: l'integrale di x^a , $\frac{1}{x}$, l'integrale delle funzioni seno e coseno, l'integrale delle funzioni le cui primitive sono le funzioni inverse circolari,
- Integrali immediati generalizzati: l'integrale delle funzioni la cui primitiva è una funzione composta
- L'integrazione per scomposizione: l'integrale di particolari funzioni razionali fratte
- Il metodo di integrazione per parti*
- Quesiti d'esame ed esercizi su tutti gli argomenti proposti

❖ Gli integrali definiti

- Il trapezoide
- La definizione di integrale definito per una funzione positiva o nulla. Cenno alla definizione generale
- Il teorema fondamentale del calcolo integrale e la formula fondamentale del calcolo integrale
(verifica con il calcolo nel caso di funzione costante, della funzione $y=mx$, $y=x^2$)
- Il calcolo delle aree di figure piane nel caso di funzione $f(x) \geq 0$, di funzione in parte negativa e nel caso in cui due funzioni delimitano una superficie chiusa
- Il calcolo dei volumi dei solidi di rotazione

❖ Le geometrie non euclidee

- La geometria non euclidea e gli Elementi di Euclide
 - La struttura assiomatica della teoria
 - Il quinto postulato di Euclide e la questione relativa
 - Cenno ai tentativi per dimostrare il quinto postulato
 - La nascita delle nuove geometrie
 - La geometria ellittica e la geometria iperbolica
 - Un modello per le tre geometrie: euclidea, ellittica e iperbolica
- Il teatro in matematica: "parallelismi"**

❖ Le abilità

❖ **Le derivate , lo studio delle funzioni e gli integrali: i problemi**

- Determinare il campo di esistenza di una funzione
- Studiare la continuità di una funzione
- Determinare gli asintoti di una funzione
- Calcolare una derivata
- Determinare la tangente al grafico di una funzione
- Studiare la derivabilità di una funzione
- Determinare massimi e minimi di una funzione
- Studiare la concavità di una funzione
- Studiare la funzione razionale intera
- Studiare la funzione razionale fratta
- Studiare le funzioni irrazionali
- Studiare le funzioni trascendenti
- Risolvere problemi di massimo e minimo
- Risolvere problemi con i parametri
- Calcolare una primitiva di una funzione
- Determinare l'area di una figura piana
- Calcolare il volume di un solido di rotazione

Testo utilizzato

Bergamini Trifone – moduli blu di matematica-Mod. U e Mod. V+W Zanichelli editore

Milano, 28 maggio 2010

Prof.ssa Irene Galbiati

